

Класс: 11

Предмет: математика

Тема: Объем пирамиды

Тип учебного занятия: урок по комплексному применению знаний.

Цель:

Обобщение и систематизация имеющихся знаний, формирование коммуникативной компетенции.

Задачи:

Образовательная:

➤ создать условия для углубления и комплексного применения знаний, навыков и умений, реализации усвоенных способов работы в интеллектуальной и практической деятельности с целью формирования умений самостоятельного поиска решения проблем, развитию самостоятельности и творческой активности.

➤ выявить уровень овладения учащимися комплекса знаний и умений по применению навыков решения задач;

Развивающая:

➤ способствовать развитию наблюдательности, умения анализировать, сравнивать, делать выводы;

➤ развивать навыки самоконтроля при выполнении заданий на применение правил решения заданий.

Воспитательная:

➤ побуждать учащихся к само-, взаимоконтролю; обратить внимание на воспитание воли и устойчивости для достижения конечных результатов; воспитание объективной самооценки при оценивании знаний, вызывать у них потребность в обосновании своих высказываний, формировать умение рефлексировать.

План урока:

- 1.Организационный момент
- 2.Этап проверки выполнения домашнего задания
- 3.Подготовка учащихся к работе на основном этапе
- 4.Этап применения знаний
- 5.Этап информации о домашнем задании
- 6.Этап подведения итогов занятия
- 7.Этап рефлексии.

1.Организационный момент

Актуализировать требования к учащимся с позиций учебной деятельности. Создать условия для формирования внутренней потребности

учащихся во включении в учебную деятельность. Установить тематические рамки. Уточнить тип урока и наметить шаги учебной деятельности.

2. Этап проверки выполнения домашнего задания.

1. Все боковые ребра пирамиды равны по 26, в основании лежит прямоугольный треугольник с катетами 12 и 16. Найдите объем пирамиды.

Ответ: 768

2. Пусть $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – единичный куб. Найдите объем общей части двух треугольных пирамид $ACB_1 D_1$ и $A_1 C_1 B D$.

Ответ: $1/6$.

3. Подготовка учащихся к работе на основном этапе

1. Устный опрос:

1. Определение объема

2. Перечислите все свойства объемов тел.

3. Чему равен объем пирамиды, призмы, параллелепипеда.

4. Чему равен объем тетраэдра.

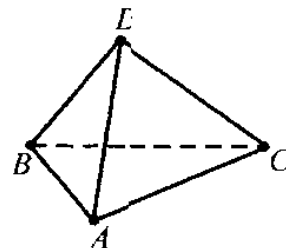
5. Сформулируйте теорему об отношении объемов треугольных пирамид.

Устно решить задачи.

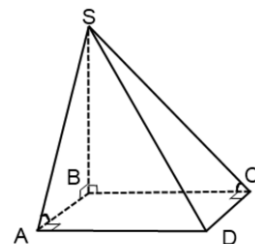
1. Объем тетраэдра равен 2. Найдите объем нового тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра.

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = 2 \quad V_1 = \frac{(3a)^3 \sqrt{2}}{12} = 27 \cdot 2 = 54$$

Ответ: 54.



2. Боковое ребро пирамиды, основанием которой является квадрат со стороной 5, перпендикулярно плоскости основания. Площадь сечения, проходящего через диагональ основания и ребро, перпендикулярное основанию, равна $3\sqrt{2}$. Найдите объем пирамиды.



$$\frac{1}{2} \cdot 5\sqrt{2} \cdot SB = 3\sqrt{2};$$

$$SB = \frac{3 \cdot 2}{5}$$

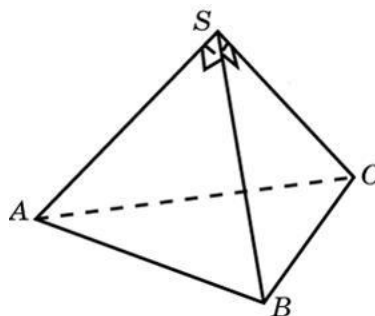
$$V = \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{3 \cdot 2}{5} = 10;$$

Ответ: 10.

3. Боковые ребра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 4, 6, 11. Найти объем пирамиды.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 11 = 44.$$

Ответ 44.



4. Этап применения знаний

1. Объем пирамиды $ABCD$ равен 1. На ребрах AD , BD и CD взяты точки K , L , M так, что $2AK=KD$, $BL=2LD$, $2CM=3MD$. Найдите объем многогранника $ABCKLM$.

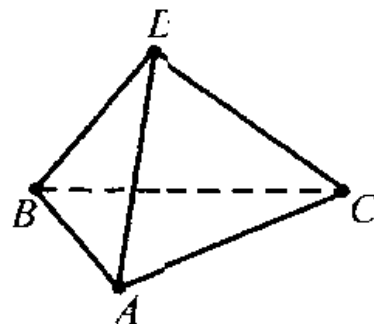
Дано: $ABCD$ - пирамида.

$$V_{ABCD}=1. K \in AD,$$

$$L \in BD, BL = 2LD,$$

$$M \in CD, 2CM = 3MD$$

Найти: объем многогранника
 $ABCKLM$



Решение.

1. $AD \cap CD \cap BD = D$, точки $A, K \in AD$; точки $C, M \in CD$; точки $B, L \in BD$.

Используем теорему 5.5 (об отношении объемов прямоугольных пирамид)

$$2. \frac{V_{KLMD}}{V_{ABCD}} = \frac{DK}{DA} \cdot \frac{DM}{DC} \cdot \frac{DL}{DB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{45}$$

$$V_{KLMD} = \frac{4}{45}, \text{ так как } V_{ABCD}=1.$$

$$3. V_{ABCKLM} = V_{ABCD} - V_{KLMD} \text{ (по свойству аддитивности объема), таким образом,}$$
$$V_{ABCKLM} = 1 - \frac{4}{45} = \frac{41}{45}$$

$$\text{Ответ: } \frac{41}{45}$$

В процессе решения задачи акцентировать внимание обучающихся на следующем:

- На какие части разделена пирамида $ABCD$? (пирамида $KLMD$, многогранник $ABCKLM$)
- Свойство аддитивности объема. (Если тело разделено на две части, то его объем равен сумме объемов его частей)
- На основании каких условий возможно применение теоремы об отношении треугольных пирамид?

2. Основанием прямой призмы является ромб со стороной a и углом в 60° . Если диагональ боковой грани призмы наклонена к плоскости основания под углом в 30° , то объем этой призмы равен:

$$1) \frac{a^3}{2}; 2) \frac{a^3}{4}; 3) \frac{\sqrt{3}a^3}{4}; 4) \frac{\sqrt{3}a^2}{2}; 5) \frac{3a^3}{8}.$$

В процессе решения задачи акцентировать внимание обучающихся на следующем: на структуру построения ЦТ по математике, количестве выбора ответов в части А, на целочисленное значение части Б.

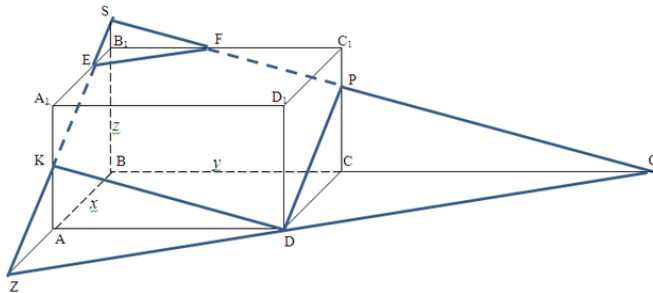
Физкультминутка

Раз – подняться подтянуться,
Два – согнуться, разогнуться,

Три – в ладоши три хлопка,
 Головою три кивка,
 На четыре руки шире,
 Пять руками помахать,
 И на шесть тихонько сесть.

3. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 1728. Точка P лежит на боковом ребре CC_1 , так что $CP:PC_1=2:1$. Через точку P , вершину D и середину бокового ребра AA_1 проведена секущая плоскость, которая делит прямоугольный параллелепипед на две части. Найдите объем меньшей части.

Проверка чертежа, для решения задачи.



Для нахождения объема нижней части параллелепипеда найдем объемы указанных пирамидок.

Для удобства вычислений обозначим стороны параллелепипеда через x , y и z , тогда объем параллелепипеда $V=xyz=1728$.

Кроме того, $AK = KA_1 = \frac{z}{2}$; $C_1P = \frac{z}{3}$; $PC = \frac{2}{3}z$;

Задача состоит в выражении размеров указанных четырех пирамид через x , y и z .

Треугольники FC_1P и DAK подобны по двум углам (все стороны этих треугольников попарно параллельны).

Тогда

$$\frac{AD}{AK} = \frac{FC_1}{C_1P}$$

$$\frac{y}{\frac{z}{2}} = \frac{FC_1}{\frac{z}{3}}$$

$$FC_1 = \frac{2}{3}y$$

$$FB_1 = y - FC_1 = y - \frac{2}{3}y = \frac{1}{3}y$$

Треугольники PCD и KA_1E также подобны, поэтому

$$\frac{PC}{CD} = \frac{KA_1}{A_1E}; \quad \frac{\frac{2}{3}z}{x} = \frac{\frac{1}{3}z}{A_1E}; \quad A_1E = \frac{3}{4}x. \quad EB_1 = x - A_1E = x - \frac{3}{4}x = \frac{1}{4}x$$

Из подобия треугольников SB_1F и PC_1F следует:

$$\frac{SB_1}{PC_1} = \frac{B_1F}{C_1F}; \quad SB_1 = \frac{B_1F}{C_1F} \cdot PC_1 = \frac{\frac{1}{3}y}{\frac{2}{3}y} \cdot \frac{z}{3} = \frac{z}{6}$$

Объем пирамиды SEB_1F равен:

$$V_{SEB_1F} = \frac{1}{3} \cdot S_{EB_1F} \cdot SB_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot EB_1 \cdot B_1F \cdot SB_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} x \cdot \frac{1}{3} y \cdot \frac{1}{6} z = \frac{1}{432} xyz = \frac{1}{432} \cdot 1728 = 4$$

Пирамида $QPCD$ подобна пирамиде SEB_1F с коэффициентом подобия:

$$\frac{PC}{SB_1} = \frac{\frac{2}{3}z}{\frac{z}{6}} = 4.$$

Тогда объем пирамиды $QPCD$ равен: $V_{QPCD} = 4^3 \cdot V_{SEB_1F} = 4^3 \cdot 4 = 256$

Аналогично пирамида $ZKAD$ подобна пирамиде SEB_1F с коэффициентом подобия

$$\frac{KA}{SB_1} = \frac{\frac{z}{2}}{\frac{z}{6}} = 3$$

Тогда объем пирамиды $ZKAD$ равен: $V_{ZKAD} = 3^3 \cdot V_{SEB_1F} = 3^3 \cdot 4 = 108$

Наконец, пирамида $SZBQ$ подобна пирамиде SEB_1F с коэффициентом подобия

$$\frac{SB}{SB_1} = \frac{z + \frac{z}{6}}{\frac{z}{6}} = 7.$$

Тогда объем пирамиды $SZBQ$ равен: $V_{SZBQ} = 7^3 \cdot V_{SEB_1F} = 7^3 \cdot 4 = 1372$

Объем нижней части параллелепипеда: $V_1 = 1372 - 108 - 256 - 4 = 1004$.

Тогда объем верхней части: $V_2 = V - V_1 = 1728 - 1004 = 724$.

Так как нам нужен меньший объем, то правильный ответ 724.

Ответ: 724.

5. Этап информации о домашнем задании

1. Боковые рёбра треугольной пирамиды попарно перпендикулярны и равны 6, 10, 12. Найти объём пирамиды.

2. Объем прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 432. Точка M лежит на боковом ребре AA_1 так, что $AM:MA_1=2:1$. Через точку M , вершину B и середину бокового ребра CC_1 проведена секущая плоскость, которая делит прямоугольный параллелепипед на две части. Найдите объем меньшей части.

№2.328 (Е.В.Потаскуев, Л.И.Звавич Задачник для классов с углубленным и профильным изучением математики)

4. В тетраэдре $MABC$ через точки K на ребре MA ($MK : KA = 3 : 4$), T на ребре MB ($MT=TB$) и E на ребре MC ($ME= 0,2 MC$) проведено сечение KTE . Объем тетраэдра $MKTE$ равен 3 м^3 . Найдите объем пятигранника $KTEABC$.

Задача 2.328 (Е.В.Потаскуев, Л.И.Звавич)

В тетраэдре $MABC$ через точки K на ребре MA ($MK : KA = 3 : 4$), T на ребре MB ($MT=TB$) и E на ребре MC ($ME= 0,2 MC$) проведено сечение KTE . Объем тетраэдра $MKTE$ равен 3 м^3 . Найдите объем пятигранника $KTEABC$

Решение:

$$\frac{V_{MKTE}}{V_{MACB}} = \frac{MK \cdot ME \cdot MT}{MA \cdot MC \cdot MB} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1}{7 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{3}{70}$$

$$V_{MACB} = \frac{70V_{MKTE}}{3} = 70$$

$$70-3=67(\text{м}^3).$$

Ответ: 67.

6. Этап подведения итогов занятия

Понятно, что некоторым из вас после окончания школы не придется сталкиваться с геометрией. Но это вовсе не означает, что время, потраченное на изучение геометрии, потрачено зря. И **главное** при изучении предмета заключается вовсе не в формулах для вычисления объемов многогранников, или же в любых других формулах и теоремах. Главное, что изучая геометрию, вы развивали свою наблюдательность, пространственное воображение, познакомились с удивительным миром геометрических фигур и тел, которые, по мнению автора учебника И.Ф.Шарыгина, должен знать каждый культурный человек. «...Если у вас плохое настроение, вы устали, возьмите интересную геометрическую задачу, сделайте большой и красивый чертеж и ... Поверьте, хорошая геометрическая задача может прекрасно заменить самого лучшего психотерапевта. Но не только. Не исключено, что терапевтические возможности геометрии выходят далеко за рамки «психо», и врачи зря не обращают на нее внимание. А пока - занимайтесь геометрией и будьте здоровы»

И.Ф.Шарыгин.

7. Этап рефлексии.

Цель: организовать рефлекссию и самооценку учащихся собственной учебной деятельности.

«Плюс-минус-интересно».

П- записывается все, что понравилось на уроке, информация и формы работы, которые вызвали положительные эмоции, либо по мнению учащегося могут быть ему полезны для достижения каких-то целей.

М - записывается все, что не понравилось на уроке, показалось скучным, вызвало неприязнь, осталось непонятным, или информация, которая, по мнению учащегося, оказалась для него не нужной, бесполезной с точки зрения решения жизненных ситуаций.

И - учащиеся вписывают все любопытные факты, о которых узнали на уроке и что бы еще хотелось узнать по данной проблеме, вопросы к учителю.