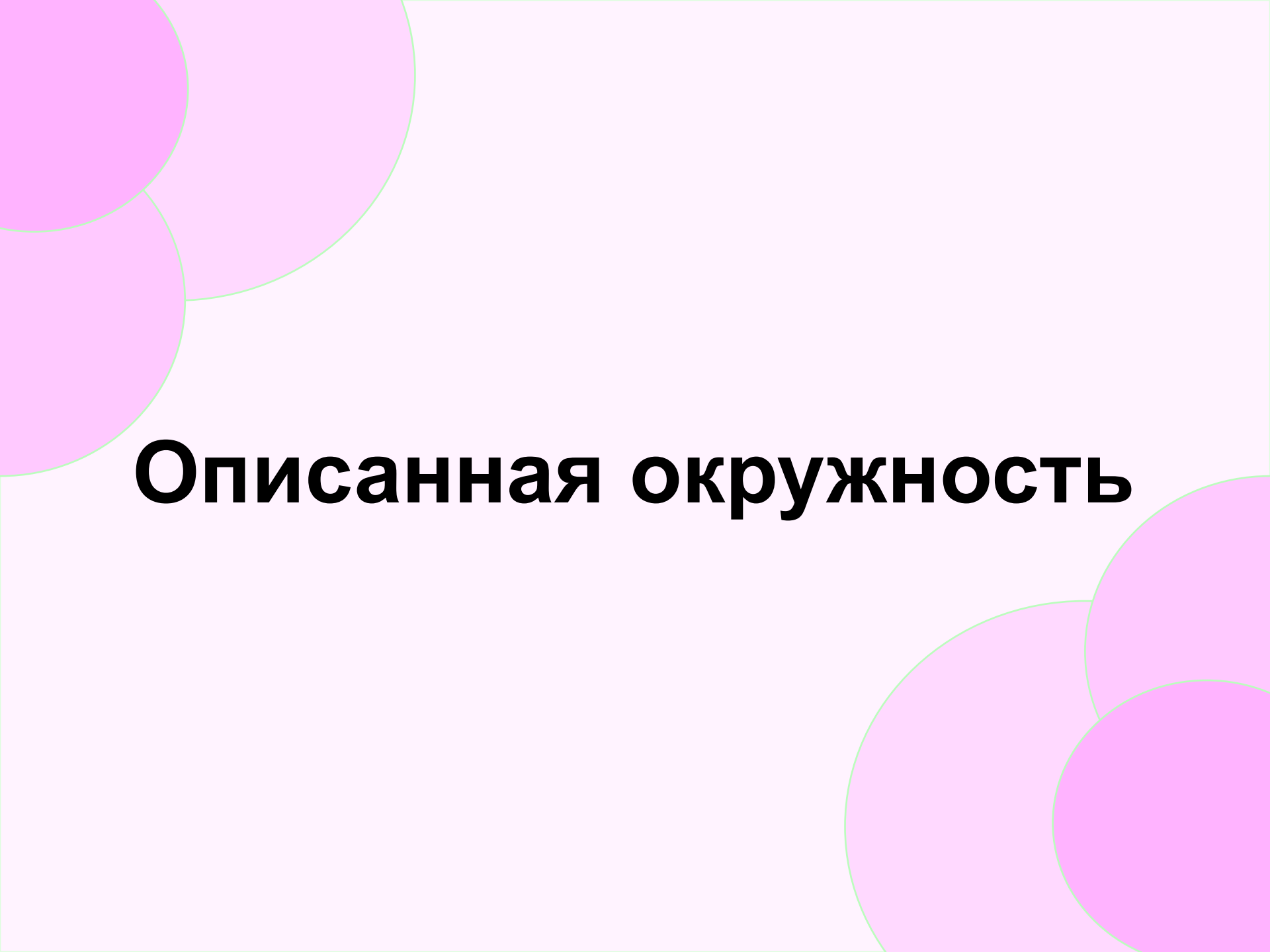
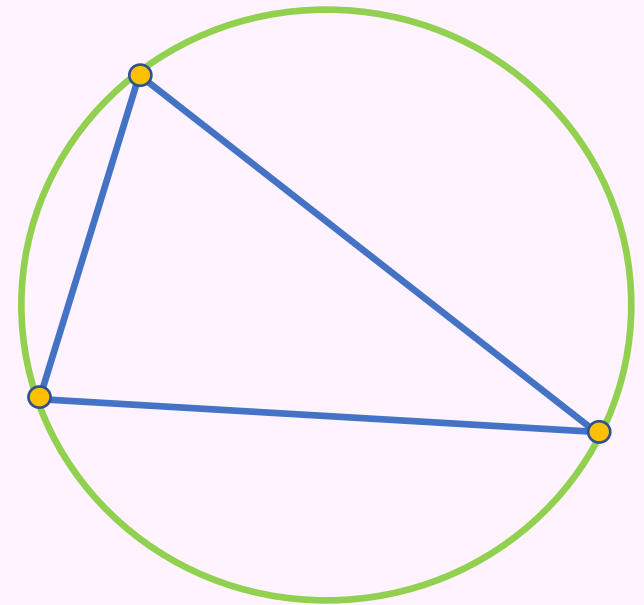




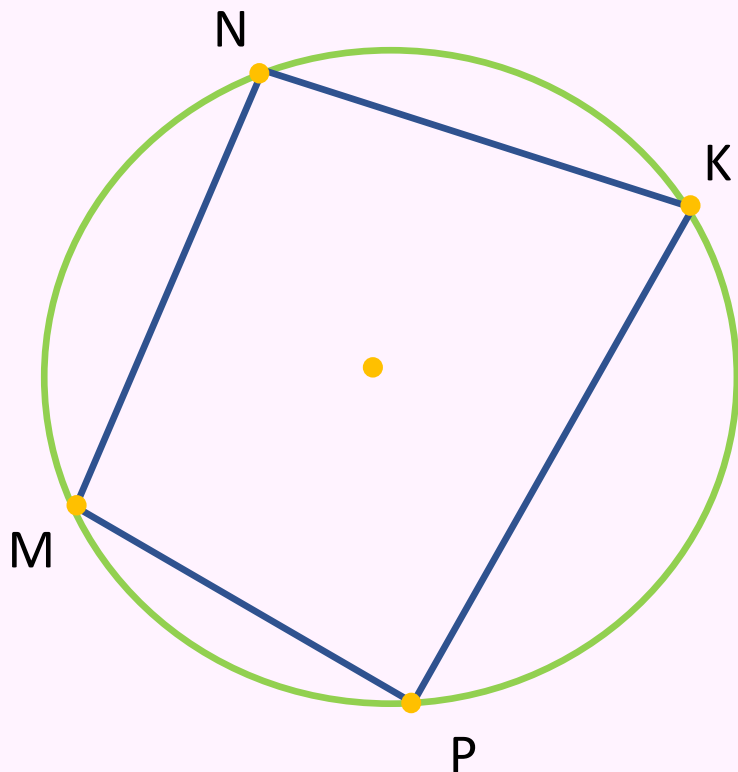
Описанная окружность

Понятие

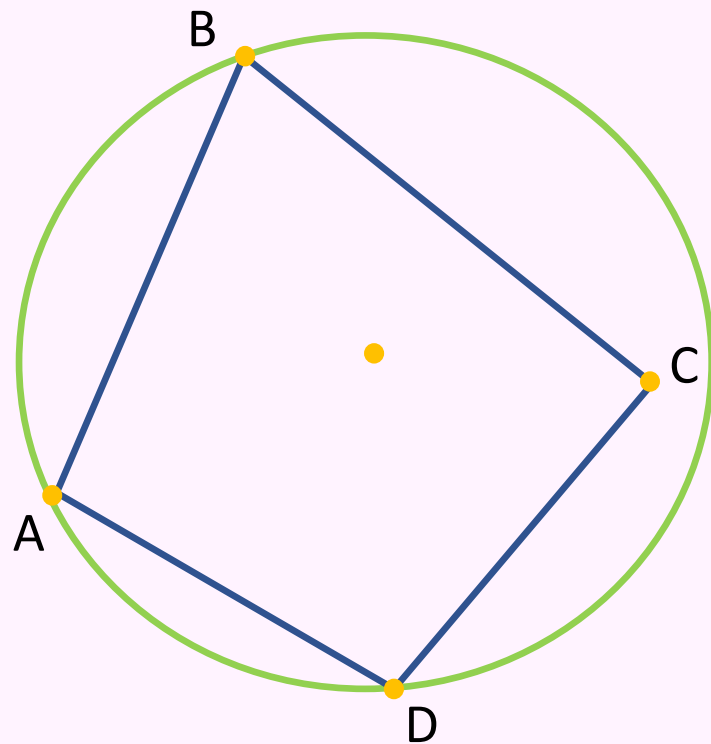
Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется **описанной около многоугольника**, а сам многоугольник называется **вписанным в окружность**



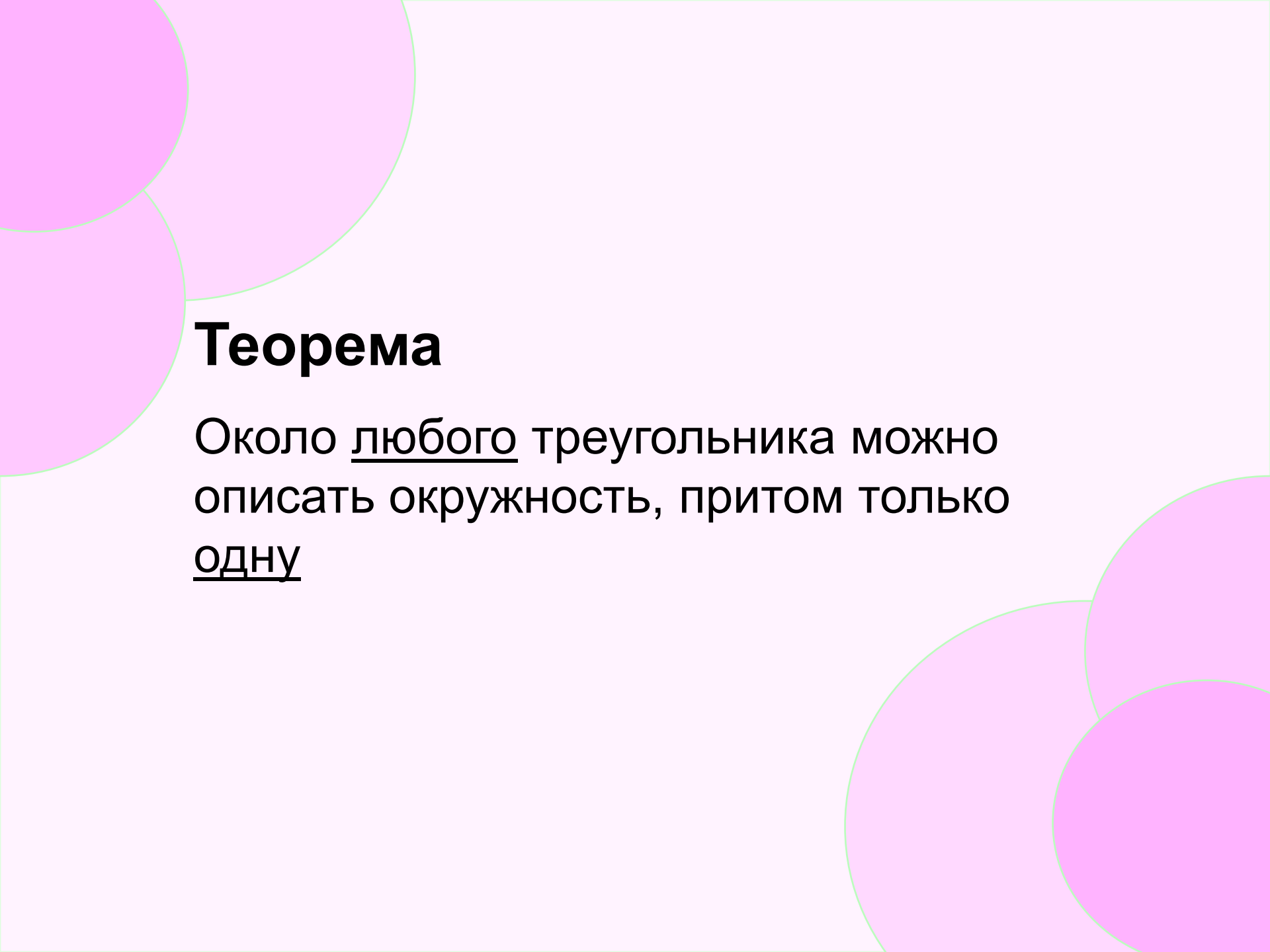
Не всякий многоугольник можно вписать в окружность



MNKP – вписанный многоугольник



ABCD не является вписанным



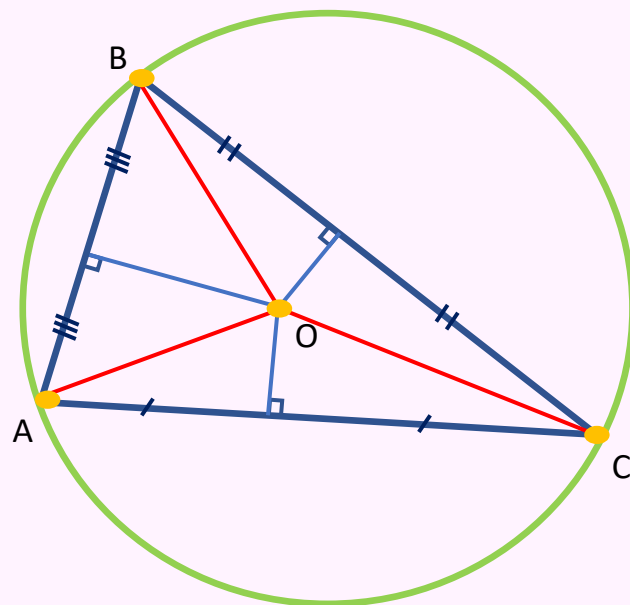
Теорема

Около любого треугольника можно описать окружность, притом только одну

Доказательство

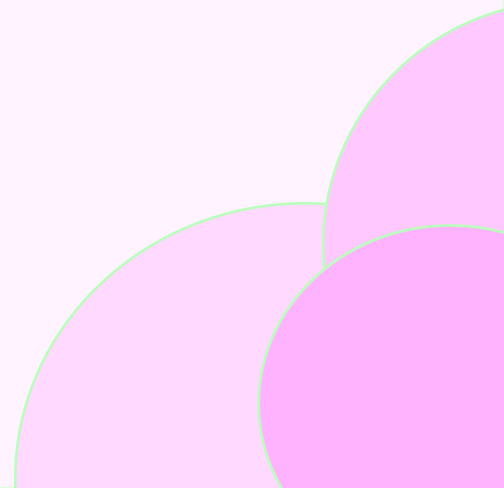
1) Рассмотрим $\triangle ABC$. Обозначим буквой O пересечение его серединных перпендикуляров и проведем отрезки OA , OB и OC к вершинам треугольника. По свойствам серединных перпендикуляров, точка O равноудалена от вершин треугольника, то есть $OA=OB=OC$. Поэтому окружность с центром в точке O и радиусом OA проходит через все вершины треугольника, а значит, описана вокруг него.

2) Предположим, что вокруг $\triangle ABC$ можно описать еще одну окружность. Тогда ее центр равноудален от вершин, следовательно, совпадает с точкой O . Тогда радиус этой окружности равен расстоянию от центра до вершин, то есть, отрезку OA . Значит, описанные окружности совпадают



Теорема

Четырехугольник можно
вписать в окружность, если
суммы его противоположных
углов равны



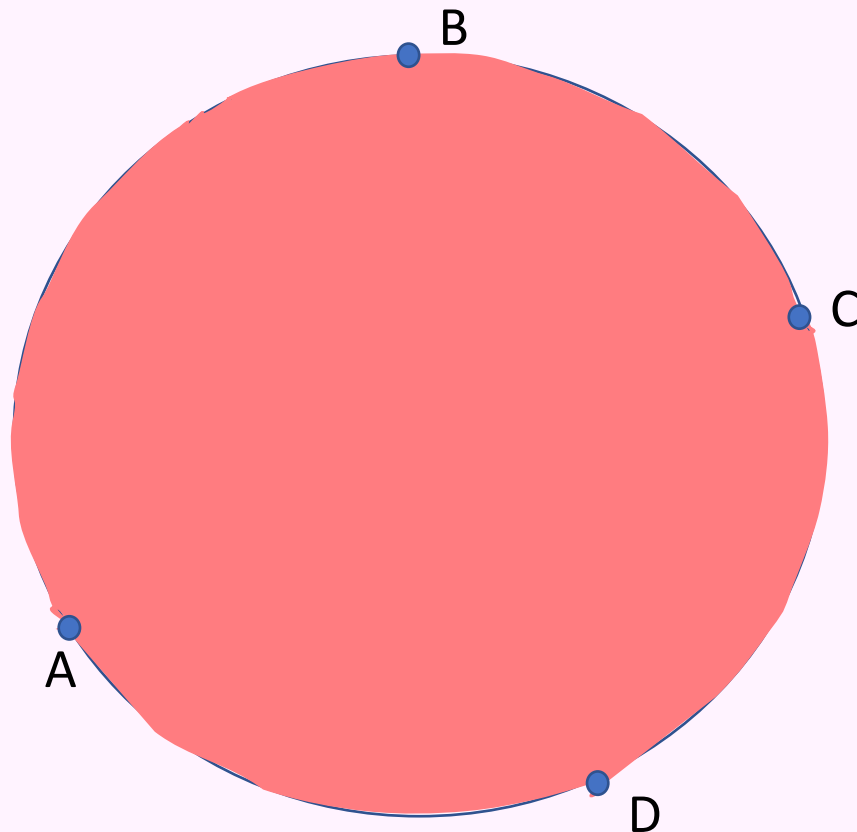
Теорема

Четырехугольник можно вписать в окружность, если суммы его противоположных углов равны

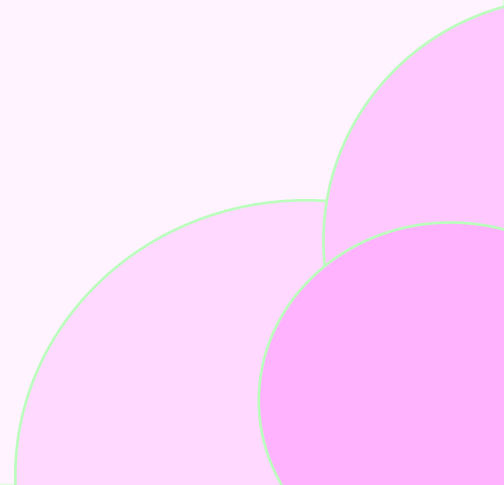
Доказательство

$\angle BAD$ равен половине дуги **BD**, на которую он опирается. $\angle BCD$ равен половине дуги **BD**, на которую он опирается. Сумма дуг равна 360° , значит сумма соответствующих дугам углов равна $\frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$. Так как сумма всех углов четырехугольника **ABCD** равна 360° , сумма оставшихся двух углов **ABC** и **ADC** также равна 180° .

Следовательно, в вписанном четырехугольнике суммы противоположных углов равны



**С помощью данной теоремы
можно решать задачи на
ОГЭ и ЕГЭ по математике**

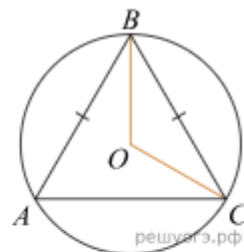


ОГЭ

4

Тип 16 № 339483  

Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 177^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.



Решение.

Угол BOC — центральный, поэтому он равен величине дуги, на которую опирается. Угол BAC вписанный, он равен половине дуги, на которую он опирается. Поскольку эти углы опираются на одну и ту же дугу, $\angle BOC = 2\angle BAC$. Сумма углов треугольника равна 180° . Треугольник ABC — равнобедренный, углы при его основании равны, поэтому $\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 177^\circ}{2} = 1,5^\circ$. Следовательно, угол $BOC = 3^\circ$.

Ответ: 3.

Примечание.

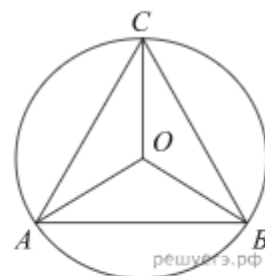
Внимательный читатель заметит, что угол B тупой, поэтому центр окружности лежит вне треугольника. Очевидно, что это не влияет на справедливость вышеприведенного решения — задачу можно решить и вовсе без рисунка. Поэтому мы не стали менять тот рисунок, который был дан авторами задания.

ЕГЭ

7

Тип 1 № [27892](#)  

Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Решение.

Треугольник ABC правильный, значит, все его углы равны 60° . Тогда

$$R = \frac{AC}{2 \sin B} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.$$

Ответ: 1.

Список использованной литературы:

- Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. др. Геометрия, 7-9: учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 13-е издание, 2022. – 181 с.
- Ермолаева У.В. Презентация "Вписанная и описанная окружности". – Режим доступа: <https://infourok.ru/prezentaciya-vpisannaya-i-opisannaya-okruzhnosti-5450101.html>
- Гущин Д.Д. СДАМ ГИА: Решу ОГЭ – 2023. – Режим доступа: <https://math-oge.sdamgia.ru/problem?id=339483>
- Гущин Д.Д. СДАМ ГИА: Решу ЕГЭ – 2023. – Режим доступа: <https://math-ege.sdamgia.ru/problem?id=27892>